שיעור תרגיל 10 – המרחב הניצב

תזכורת: וקטור v מאונך לw(לפי מ"פ ): . מסמנים

# "הגדרה"

וקטור v מאונך לקבוצת ווקטורים S אם לכל , . מסמנים

# הגדרה

בהינתן מרחב מכפלה פנימית V ותת קבוצה התת-מרחב של V המאונך לS מסומן  
 ונקרא המרחב הניצב לS.

# דוגמה

*עובדה: המרחב הניצב לS, הוא תת-מרחב וקטורי של V.*

# תרגיל

הוכח או הפרך:

לכל תת-מרחבים

## נפריך את א' וג'

# משפט הפירוק הניצב

יהי V מרחב מ"פ ויהי תת מרחב. אזי .

## הוכחה

נוווכיייח כי   
 ⇦ ⇦ לפי תכונות מ"פ.

*טריוויאלי כי תת מרחבים של V.*

*רוצים להוכיח . יהי . יהי בסיס אורתונורמלי של W(קיים בגלל גרם-שמידט).  
נראה כי ניצב לW ע"י כך שנראה כי הוא ניצב לכל וקטור בבסיס של W.*

*נראה כי :*

*בגלל שהדבר הזה עובד גם לכל נקבל ש לכל i ואז ⇦*

# תרגיל

1. הוכח כי לכל תת-מרחב מתקיים

## פתרון

לפי משפט הפירוק הניצב וכמו כן ומכיוון שהמשלים (בV) ל הוא יחיד אזי

1. *מהו עבור תת קבוצה ?*

## תשובה

עכשיו, הוא תת מרחב של V, ולכן לפי סעיף א'

# תרגיל

עם מ"פ סטנדרטית

1. מהו ? תשובה: 1
2. מצא בסיס עבור

## פתרון לב'

# הגדרה

פונקציה נקראת הטלה אם

## דוגמה

# הגדרה

יהי W תת מרחב של V. נקבע בסיס אורתונורמלי של W. נגדיר ע"י

## הערה

אנו זוכרים לפי הוכחת משפט הפירוק הניצב כי כאשר ולכן

# תרגיל

1. הוכח כי פונקציית הטלה (**הוכחנו**)
2. הוכח כי לכל (**הוכחנו**)
3. הוכח כי לכל זוג בסיסים אורתונורמלים B,C של W מתקיים

## פתרון לג'

*אך מכיוון ש יש פירוק יחיד לכל וקטור הסכום של וקטור בW ווקטור ב ולכן*

# הגדרה

*נקרא ההיטל של v על W*

# תרגיל

הוכח כי הוקטור הקרוב ביותר ביותר לv בW הוא

## פתרון

יהי בסיס אור' של W ויהי בסיס אורת' של . אזי בסיס אורת' של V.